Enzo Hubner
Gabriel Brunetti
Kaio Marroque

MÁQUINA ESTATÍSTICA: PROBABILIDADE, APOSTAS E PENSAMENTO CRÍTICO

Relatório apresentado à disciplina de Probabilidade e Estatística I do Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Serra.

Serra – ES
2026

Resumo

Este trabalho analisa como ganhos individuais podem coexistir com uma perda esperada em uma máquina de rolos didática. A partir do espaço amostral e da independência dos sorteios, calculamos as probabilidades, as distribuições do prêmio e do lucro, a esperança matemática e o retorno ao jogador (RTP). No modelo-base, a chance de prêmio é de 4%, o RTP é de 84% e o lucro esperado é de $-0{,}16$ crédito por aposta de 1 crédito. Cinco experimentos em Python comparam frequências e probabilidades, discutem a Lei dos Grandes Números, acompanham saldos limitados, analisam probabilidades condicionais e verificam o efeito do aumento dos pagamentos. Os resultados mostram por que ganhos ocasionais não tornam o jogo vantajoso e por que perdas anteriores não melhoram a rodada seguinte. A discussão relaciona esses resultados a pesquisas sobre renda, saúde e responsabilidade profissional. Entretanto, as simulações descrevem participantes virtuais e não estimam dependência ou prejuízos de famílias reais.

Palavras-chave: probabilidade; esperança matemática; lei dos grandes números; independência; simulação computacional.

Abstract

This report examines how individual gains can coexist with an expected loss in an educational slot machine. Based on the sample space and independent draws, we calculate outcome probabilities, payout and profit distributions, expected value, and return to player (RTP). In the baseline model, the payout probability is 4%, the RTP is 84%, and the expected net profit is -0.16 credits per one-credit bet. Five Python experiments compare relative frequencies with probabilities, discuss the Law of Large Numbers, track limited balances, examine conditional probabilities, and assess the effect of increased payouts. The results show why occasional gains do not make the game advantageous and why previous losses do not improve the next round. The discussion relates these results to research on income, health, and professional responsibility. However, the simulations describe virtual participants and do not estimate gambling disorders or financial harm to real households.

Keywords: probability; expected value; law of large numbers; independence; computational simulation.

Sumário

1 Contexto e objetivos 5
1.1 Contexto do problema 5
1.2 Fontes e contexto temporal 5
1.3 Objetivos 5
2 Modelo e conceitos 5
2.1 Regras do modelo 5
2.2 Espaço amostral e eventos 6
2.3 Probabilidades e independência dos sorteios 7
2.4 Distribuição do prêmio e do lucro 8
2.5 Valor esperado e retorno ao jogador (RTP) 11
3 Experimentos 15
3.1 Experimento 1 – As frequências acompanham as probabilidades? . 15
3.2 Experimento 2 – O que muda quando aumentamos a amostra? . . . 17
3.3 Experimento 3 – O que acontece com um saldo limitado? 20
3.4 Experimento 4 – Depois de perder, aumenta a chance de ganhar? . 22
3.5 Experimento 5 – Prêmios maiores tornam o jogo favorável? 23
4 Discussão crítica e conclusão 25
4.1 Mecanismo do jogo e percepção dos resultados 25
4.2 Renda e saúde 26
4.3 Políticas públicas e interesses em disputa 27
4.4 Responsabilidade profissional e comunicação dos riscos 28
4.5 Conclusão 29
5 Referências e transparência 29
5.1 Fontes institucionais sobre o Brasil 29
5.2 Fontes de saúde e pesquisa 29
5.3 Fontes sobre posições no debate 30
5.4 Declaração de uso ou não uso de inteligência artificial 30
6 Apêndice - Pontos extras 30
6.1 Mesma média, riscos diferentes 31
6.2 Análise de sensibilidade 32

1 Contexto e objetivos

1.1 Contexto do problema

Observar alguém ganhar em um jogo de apostas não significa que o jogo seja vantajoso. Isso porque o ganho individual não mostra as probabilidades nem o conjunto das perdas. Para compreender essa diferença, desenvolvemos uma máquina didática com créditos fictícios, comparando cálculos teóricos e cinco experimentos.

O código está disponível no GitHub (<https://github.com/gabrieldpbrunetti/trabalho-1-probabilidade.git>). Na interface **Máquina BetFlasco** (<https://maquina-estatistica-enzo.umpato22.chatgpt.site/>), é possível executar os testes ou baixar o ZIP com os códigos.

1.2 Fontes e contexto temporal

A discussão utiliza o LENAD III, com dados de 2023 publicados em 2025, a pesquisa de Baker e colaboradores, de 2024, e materiais institucionais e notícias de 2026. As referências identificam as fontes e as datas de acesso. Seus resultados exigem atenção às populações e modalidades estudadas: perder créditos na simulação não equivale a comprometer a renda familiar ou desenvolver dependência.

1.3 Objetivos

Buscamos explicar as probabilidades, a distribuição do lucro e o RTP; comparar teoria e simulação; e discutir a Lei dos Grandes Números, a independência e os efeitos do saldo limitado e dos pagamentos. Também registramos as condições de reprodução e aprofundamos a análise com tabelas de mesmo RTP e diferentes dispersões e com o cálculo do ponto de equilíbrio. A discussão social considera as evidências e os limites do modelo.

2 Modelo e conceitos

2.1 Regras do modelo

Cada rodada custa 1 crédito fictício e apresenta três rolos em um tabuleiro 3×3. Somente a linha central paga, quando os três símbolos são iguais. Os rolos e as rodadas são independentes, sem alteração das chances após ganhos ou perdas.

As simulações utilizam sementes registradas para permitir a reprodução no mesmo gerador e ambiente.

Tabela 1 – Pagamentos do modelo-base, em créditos.

Combinação	AAA	BBB	CCC	DDD	EEE	Outras
Prêmio	5	10	15	25	50	0

Fonte: regras definidas no enunciado do trabalho.

2.2 Espaço amostral e eventos

2.2.1 Por que existem 125 combinações

A máquina é formada por três rolos, que aparecem na tela como as colunas de uma matriz 3×3. Cada rolo contém cinco símbolos: A, B, C, D e E. Embora a tela exiba três linhas, apenas a linha central é avaliada para efeito de pagamento. O resultado de uma rodada é, portanto, descrito pela tripla formada pelos três símbolos centrais, um de cada rolo. Há prêmios apenas quando esses três símbolos são iguais entre si.

Definimos o espaço amostral como o conjunto dessas triplas:

$$\Omega = \{(s_1, s_2, s_3) : s_i \in \{A, B, C, D, E\}\}$$

Para contar quantas triplas existem, aplicamos o princípio multiplicativo. A escolha do símbolo de cada rolo é uma etapa independente, e cada etapa admite cinco possibilidades:

Rolo	**Possibilidades**
Rolo 1	5
Rolo 2	5
Rolo 3	5

$$|\Omega| = 5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$$

Existem, portanto, 125 resultados centrais possíveis.

É importante notar que uma tripla não precisa ter símbolos iguais: A–B–D é uma das 125 combinações possíveis, ainda que não pague prêmio.

Quanto à probabilidade de cada uma, a parada de cada rolo é sorteada uniformemente, de modo que qualquer símbolo tem chance 1/5 de ocupar a posição central. Como os três rolos são sorteados de forma independente, as probabilidades podem ser multiplicadas:

$$P(s_1, s_2, s_3) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$$

As 125 triplas são, assim, equiprováveis, cada uma com probabilidade de 1/125, ou 0,8% por rodada. Das 125 combinações, apenas cinco são premiadas (A–A–A, B–B–B, C–C–C, D–D–D e E–E–E), o que será detalhado a seguir.

2.2.2 A chance de ganhar algum prêmio

Qual é, então, a chance de ganhar algum prêmio? O evento "ganhar algum prêmio" é justamente a união dessas 5 triplas. Por serem disjuntas (afinal, não é possível a linha central ser A–A–A e B–B–B ao mesmo tempo), basta somar suas probabilidades:

$$P(\text{prêmio}) = 5 \times \frac{1}{125} = \frac{5}{125} = \frac{1}{25} = 0{,}04 = 4\%$$

E se quisermos saber o contrário, quantas triplas não valem nada? Pelo complementar:

$$P(\text{sem prêmio}) = 1 - 0{,}04 = 0{,}96 = 96\%$$

Ou seja, 120 das 125 triplas não pagam nada. Isso também faz sentido, afinal só é possível ganhar com triplas iguais, e contamos anteriormente que existem 5 triplas iguais — basta então retirar essas 5 das 125 triplas possíveis.

Na prática, esse resultado significa que, em média, apenas 1 rodada a cada 25 paga algum prêmio. Em 10.000 rodadas, espera-se aproximadamente 400 rodadas premiadas.

2.3 Probabilidades e independência dos sorteios

Cada rolo possui uma sequência circular de símbolos, com cinco posições:

Símbolos	A, B, C, D, E
posições	0, 1, 2, 3, 4

O programa sorteia uma parada K, ou seja, uma posição entre 0 e 4, e cada posição tem 1/5 de chance de ser escolhida:

$$P(K = k) = \frac{1}{5}, \qquad k \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

A partir da parada, cada coluna mostra três símbolos:

- topo: posição K
- centro: posição $(K + 1) \bmod 5$
- base: posição $(K + 2) \bmod 5$

Afinal, o que significa "mod 5"? Isso quer dizer que, depois da posição 4, a contagem volta para a posição 0, por ser circular.

Exemplo com K = 4:

- topo = posição 4 → E
- centro = posição 0 (como é K+1 e K = 4, logo 4+1 = 5; quando passa de 4, volta para o 0) → A

- base = posição 1 (mesma coisa do centro, porém somando 2) → B

Como apenas a linha central é avaliada, interessa o símbolo da posição $(K+1)$ mod 5. O símbolo central também é uniforme. Observe a tabela com todos os valores de K:

K sorteado	**Símbolo central**
0	B
1	C
2	D
3	E
4	A

Repare que cada símbolo aparece apenas uma vez, por isso cada símbolo tem a mesma chance, que é 1/5:

$$P(\text{símbolo central} = s) = \frac{1}{5}, \qquad \text{para todo } s \in \{A, B, C, D, E\}$$

As três células de uma mesma coluna (topo, centro e base) não são independentes entre si, afinal todas dependem do mesmo valor de K. Se o topo é E, o centro é obrigatoriamente A. Apenas as células centrais de cada rolo são independentes entre si, e por isso conseguimos fazer a multiplicação $(1/5)^3$ da subseção anterior.

2.4 Distribuição do prêmio e do lucro

Até o momento só falamos sobre probabilidade: qual a chance de sair AAA ou BBB, qual a chance de ganhar, etc. Mas apenas isso não vai responder a principal pergunta do trabalho: "o jogador ganha ou perde dinheiro?"

Para responder isso, não basta saber com que frequência alguém ganha. Temos que saber quanto se ganha em cada caso, afinal um jogo que paga toda hora mas com um valor baixo pode ser pior que um que paga muito, mas mais raramente. Por isso temos as variáveis aleatórias: elas é que fazem a ponte entre "qual resultado saiu" e "quanto isso vale em créditos".

Mas, afinal, o que é uma variável aleatória? Ela é justamente uma regra que associa cada resultado possível do jogo a um número. No nosso caso, os resultados são triplas de símbolos, como AAA, BBB, CCC, etc. Como se percebe, aí não entra nenhum número para o jogador, apenas uma tripla de símbolos. A variável aleatória é o que transforma essa tripla em um número, e é assim que o jogador recebe créditos. Por exemplo:

- tripla A–A–A → a máquina paga 5
- tripla B–D–A → a máquina paga 0

Essa tradução chamamos de P, de prêmio.

2.4.1 Variável x valor observado

P é a variável aleatória que associa cada resultado da rodada ao prêmio correspondente. Sua distribuição reúne os valores possíveis e suas probabilidades. Já 5, 10 e 0 podem ser valores observados: aquilo que efetivamente se recebeu em uma rodada específica.

Para entendermos melhor, vamos fazer uma analogia simples. "A altura de um brasileiro sorteado ao acaso" é uma variável aleatória; "1,78 m" é o valor observado quando você sorteia uma pessoa de verdade e mede. A variável não muda, o valor varia a cada sorteio.

Agora, por que isso importa? Porque, depois de jogar e perder, a variável continua a mesma, sem se alterar; já o valor observado muda a cada rodada.

No nosso problema temos duas variáveis:

2.4.2 P: o prêmio bruto

É quanto a máquina paga, direto da tabela de pagamentos:

- A–A–A $\rightarrow$ 5
- B–B–B $\rightarrow$ 10
- C–C–C $\rightarrow$ 15
- D–D–D $\rightarrow$ 25
- E–E–E $\rightarrow$ 50
- outras $\rightarrow$ 0

2.4.3 X: o lucro líquido

Aqui temos o ponto mais importante: o lucro líquido não é o prêmio. Afinal, sempre que o jogador aperta para jogar, ele paga 1 crédito, perdendo ou ganhando. Então:

$$X = P - 1$$

Por exemplo, saiu A–A–A, que paga 5:

- você entregou 1 crédito para jogar;
- a máquina devolveu 5;
- seu saldo mudou em +4, e não +5.

Ou seja, você está 4 créditos mais rico, e não 5, porque o quinto crédito já era seu desde o começo.

E quando perde? Saiu B–D–A, que paga 0:

- você entregou 1 crédito;
- a máquina devolveu 0;
- seu saldo mudou em -1.

Ou seja, tirando aquelas cinco triplas (AAA, BBB, CCC, DDD, EEE), o jogador sempre terá um lucro de -1, e não de 0.

2.4.4 A tabela de distribuição

Juntando tudo: cada tripla premiada tem probabilidade 1/125 (como mostrado anteriormente), e as 120 triplas restantes somam 120/125.

Linha central	**P**	**X = P − 1**	**Probabilidade**
A–A–A	5	4	1/125
B-B-B	10	9	1/125
C-C-C	15	14	1/125
D-D-D	25	24	1/125
E-E-E	50	49	1/125
Qualquer outra	0	-1	120/125

Essa tabela é a distribuição de probabilidade das variáveis P e X. Ela lista todos os valores possíveis e a probabilidade de cada um.

Toda distribuição de probabilidade precisa satisfazer duas condições:

1. todas as probabilidades são não-negativas (1/125 e 120/125 são positivos);
2. a soma de todas elas é exatamente 1:

$$\frac{1}{125} + \frac{1}{125} + \frac{1}{125} + \frac{1}{125} + \frac{1}{125} + \frac{120}{125} = \frac{5}{125} + \frac{120}{125} = \frac{125}{125} = 1$$

Essa soma é uma conferência necessária da distribuição. No nosso caso, a enumeração também mostra que as cinco triplas premiadas e as outras 120 cobrem todos os resultados sem sobreposição. Se a soma fosse diferente de 1, precisaríamos revisar os casos e as probabilidades; somar 1, sozinho, não prova que não houve omissões ou contagens duplicadas.

2.4.5 Afinal, o que essa tabela mostra para a gente?

Perder não é a exceção, é o comum: a probabilidade de perder é de 96%, ou 120 das 125 triplas. Os ganhos, por outro lado, são raros mas altos: cada prêmio tem apenas 0,8% de chance de cair, e o maior deles vale 49 créditos de lucro.

2.5 Valor esperado e retorno ao jogador (RTP)

2.5.1 A esperança do prêmio, E[P]

Afinal, sabendo a chance de cada resultado e quanto cada um paga, em média, quanto a máquina paga por rodada?

Primeiramente, o que é esperança? É a média dos resultados ponderada pelas probabilidades. Os resultados mais prováveis precisam pesar mais; não adianta pegarmos o 5, 10, 15, 25, 50 e 0 e fazer a média simples, porque ao fazer isso trataríamos o "50" com a mesma probabilidade que o "não ganhar prêmio", e sabemos pelos cálculos anteriores que a chance de não ganhar nada é bem maior.

A fórmula é:

$$E[P] = \sum(\text{valor} \times \text{probabilidade})$$

Ou seja, multiplicamos cada valor possível pela sua probabilidade e somamos tudo. Vamos então para a conta, usando a tabela de distribuição apresentada na subseção anterior:

$$\begin{aligned}
E[P] &= 5 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + 10 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + 15 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + 25 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + 50 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + 0 \cdot \left(\tfrac{120}{125}\right) \\
E[P] &= \frac{5 + 10 + 15 + 25 + 50}{125} \\
E[P] &= \frac{105}{125} \\
E[P] &= 0{,}84 \text{ créditos}
\end{aligned}$$

Observe que a última parcela, $0 \cdot (120/125)$, vale zero e pode ser omitida da soma sem alterar o resultado de 0,84 crédito. Já a média somente entre as rodadas premiadas responde a outra pergunta: condicionando ao recebimento de prêmio, cada um dos cinco pagamentos tem probabilidade 1/5, e $E[P \mid P > 0] = 105/5 = 21$ créditos. Esse valor não é a média de todas as rodadas.

Conforme calculamos, por rodada o jogo paga 0,84 crédito. Mas, na prática, isso não significa que a cada rodada o jogador vai receber esse valor, afinal ele não é nem um dos valores premiados: os valores possíveis são 0, 5, 10, 15, 25 e 50. O que esse número diz é que, ao longo de muitas rodadas, o total pago pela máquina dividido pelo número de rodadas se aproxima de 0,84. Em 10.000 rodadas, por exemplo, espera-se que a máquina pague aproximadamente 8.400 créditos no total.

Comparando com o que o jogador investe:

- o jogador paga por rodada: 1,00 crédito
- a máquina devolve em média: 0,84 crédito

A máquina devolve menos do que recebe. Essa diferença é o que torna o jogo desfavorável, e é o que os próximos itens vão formalizar.

2.5.2 A esperança do lucro, E[X]

Já temos agora uma noção de quanto a máquina paga, porém ainda não sabemos se o jogador lucra ou perde com esse jogo.

Pela linearidade da esperança, subtrair uma constante da variável subtrai a mesma constante da esperança. Como $X = P - 1$, temos:

$$E[X] = E[P - 1] = E[P] - 1$$

Como $E[P] = 0{,}84$:

$$E[X] = 0{,}84 - 1 = -0{,}16$$

$$E[X] = -0{,}16 \text{ crédito}$$

O mesmo resultado pode ser obtido pelo caminho longo, somando valor × probabilidade diretamente da coluna X da tabela:

$$\begin{aligned}
E[X] &= 4 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + 9 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + 14 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + 24 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + 49 \cdot \left(\tfrac{1}{125}\right) + (-1) \cdot \left(\tfrac{120}{125}\right) \\
E[X] &= \frac{4 + 9 + 14 + 24 + 49}{125} - \frac{120}{125} \\
E[X] &= \frac{100}{125} - \frac{120}{125} \\
E[X] &= -\frac{20}{125} \\
E[X] &= -0{,}16
\end{aligned}$$

Os dois caminhos levam ao mesmo valor, o que confirma o cálculo.

E o que isso significa em palavras? Que o jogador perde, em média, 0,16 crédito por rodada. Esse valor também nunca acontece numa rodada real, já que os lucros possíveis são apenas -1, 4, 9, 14, 24 ou 49.

O sinal negativo é justamente a resposta para a pergunta de se o jogador lucra ou não nesse jogo. Como o resultado é negativo, o jogo é desfavorável ao jogador — e não de forma ocasional, mas por construção: a desvantagem está nas próprias regras da máquina, na combinação entre as probabilidades e a tabela de pagamentos.

2.5.3 RTP e vantagem do operador

O RTP (*Return to Player*, ou retorno ao jogador) é a proporção do valor apostado que volta para o jogador, em média. Podemos calculá-lo assim:

$$\text{RTP} = \frac{E[P]}{\text{aposta}}$$

$$\text{RTP} = \frac{0{,}84}{1} = 0{,}84 = 84\%$$

E a vantagem do operador é o que sobra:

$$1 - 0{,}84 = 0{,}16 = 16\%$$

Ou seja, a cada 100 créditos apostados, o retorno esperado é de 84 e a retenção esperada é de 16. Uma sequência específica pode apresentar valores diferentes.

Mas não se confunda: RTP não é a chance de o jogador ganhar. São coisas completamente diferentes.

Medida	**Valor**	**O que mede**
Chance de prêmio	4%	com que frequência sai um prêmio
RTP	84%	quanto do apostado retorna em valor

O jogador pode olhar esse número e pensar "tenho 84% de chance de ganhar", mas a probabilidade de prêmio é de 4% por rodada. Quando ponderamos os pagamentos por suas probabilidades, o retorno esperado corresponde a 84% do volume apostado.

Vale ainda uma atenção importante: o RTP não é uma garantia de devolução por sessão. Ele considera o volume total apostado, o que inclui também os créditos que o jogador ganhou e reapostou.

Por exemplo, depositar 100 créditos não garante terminar com 84. Os prêmios reapostados entram novamente no volume apostado, enquanto o saldo final depende de toda a sequência. Cada nova rodada mantém a perda esperada de 0,16 crédito; isso não significa um desconto fixo de 16% em cada resultado.

2.5.4 O desvio-padrão do lucro

Na distribuição apresentada anteriormente, vimos que o lucro X de uma rodada pode assumir os valores -1, 4, 9, 14, 24 e 49 créditos. Também vimos que perder 1 crédito é muito mais provável do que receber um dos prêmios maiores. Mas ainda não sabemos o quanto esses resultados variam, e é justamente para isso que serve o desvio-padrão. Enquanto a média nos ajuda a entender o resultado esperado, o desvio-padrão mede a dispersão dos valores em torno dessa média e é por meio dele que podemos entender se os lucros ficam próximos do valor esperado ou podem estar muito distantes.

Precisamos calcular a variância também, a qual mede o quanto os valores de uma variável aleatória se dispersam em torno da sua média. A variância mede a dispersão por meio das distâncias ao quadrado em relação à média. Uma maneira prática de calculá-la para a nossa variável é usar a fórmula $\text{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2$.

A expressão $E[X^2]$ significa calcular a média dos quadrados dos lucros, sempre considerando a probabilidade de cada resultado. Como o lucro -1 aparece em 120 das 125 triplas e cada lucro positivo aparece em uma tripla, temos:

$$E[X^2] = \frac{120 \times (-1)^2 + 4^2 + 9^2 + 14^2 + 24^2 + 49^2}{125}$$
$$E[X^2] = \frac{120 + 16 + 81 + 196 + 576 + 2.401}{125} = \frac{3.390}{125} = 27{,}12.$$

Substituindo esse valor e a média na fórmula da variância temos $\mathrm{Var}(X) = 27{,}12 - (-0{,}16)^2 = 27{,}12 - 0{,}0256 = 27{,}0944$. O desvio-padrão é a raiz quadrada da variância. Fazemos isso para voltar à mesma unidade do lucro, isto é, créditos, uma vez que a variância é expressa em créditos^2:

$$\sigma = \sqrt{27{,}0944} \approx 5{,}2052 \approx 5{,}21 \text{ créditos.}$$

O valor 5,21 mostra que há uma dispersão considerável em relação à média de $-0{,}16$. Isso acontece porque a maior parte das rodadas termina com -1 crédito, mas uma parcela muito pequena pode produzir lucros como 24 ou até 49 créditos. Esses valores raros e distantes da média pesam bastante no cálculo, especialmente porque as diferenças são elevadas ao quadrado.

É importante ressaltar que o valor de 5,21 foi calculado com um desvio padrão teórico. No experimento 1, o desvio padrão amostral será calculado com base nas rodadas simuladas e poderá se aproximar desse valor, sem necessariamente ser exatamente igual.

2.5.5 A esperança de n rodadas

O que calculamos até agora foi o lucro esperado por rodada, de $-0{,}16$ crédito. Para n rodadas fixas, o lucro total é a soma dos lucros realizados em cada uma. Como as regras não mudam, cada rodada mantém a esperança de $-0{,}16$, e o lucro total esperado é $-0{,}16 \times n$. Pela linearidade, a esperança de uma soma é igual à soma das esperanças de suas parcelas.

Se chamarmos de X_1 o lucro da primeira rodada, X_2 o da segunda, e assim por diante, o lucro total de n rodadas será: $L_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$. Usando a linearidade da esperança temos $E[L_n] = E[X_1] + E[X_2] + \cdots + E[X_n]$ e, por fim, sabendo que cada esperança vale $-0{,}16$, $E[L_n] = (-0{,}16) + (-0{,}16) + \cdots + (-0{,}16) = -0{,}16n$. Dessa forma, após 10 rodadas temos lucro total esperado $-1{,}60$, -16 após 100 e assim sucessivamente.

Isso quer dizer que o jogador perderá exatamente esse valor?

Não. Estamos falando de esperança matemática, não de um resultado garantido. Um jogador pode ter várias rodadas favoráveis, ganhar um prêmio de 50 créditos e terminar uma sequência com saldo positivo. Outra sequência, mesmo com o mesmo número de rodadas, pode terminar com uma perda maior que a esperada.

A fórmula mostra o resultado médio esperado para um número fixo de rodadas, considerando as regras do modelo. Se repetíssemos muitas vezes sequências de n rodadas, a média de seus lucros totais tenderia a se aproximar de $-0{,}16n$. Isso não obriga uma execução individual a alcançar esse valor.

É importante também observar um limite: a conta $-0{,}16n$ supõe que as n rodadas serão realmente realizadas. No Experimento 3, os participantes podem ficar sem saldo antes de chegar às 500 rodadas. Como a quantidade efetiva de rodadas varia entre as sessões, não podemos simplesmente afirmar que o saldo final médio será $100 - 0{,}16 \times 500$.

Em resumo, quanto maior o número fixo de rodadas, maior é a perda total esperada em créditos. A possibilidade de ganhos ocasionais continua existindo, mas ela não altera a desvantagem matemática por rodada.

2.5.6 Prêmios 10% maiores

No modelo-base, as cinco triplas premiadas pagam 5, 10, 15, 25 e 50 créditos. Com o aumento de 10%, os prêmios passam respectivamente para 5,5; 11; 16,5; 27,5 e 55 créditos ao passo que a probabilidade de ganhar continua sendo 4%. Utilizando a mesma fórmula para o cálculo de esperança, após o aumento de 10% nos prêmios temos um novo resultado de 0,924 crédito. Isso representa um retorno esperado para o jogador (RTP) de 92,4%. Como o lucro é dado por $X = P - 1$, o novo lucro esperado será $-0{,}076$ crédito por rodada.

Comparando em 1000 rodadas fixas, com esses novos números saímos de uma perda esperada de 160 créditos para 76. Isso melhora a situação do jogador em 84 créditos, mas não torna o lucro esperado positivo. Portanto, esse aumento de 10% ainda não torna o jogo favorável. O equilíbrio ocorre quando o prêmio médio alcança 1 crédito, isto é, RTP de 100% e lucro esperado zero. Para o jogador ter lucro esperado positivo, o prêmio médio precisa ultrapassar 1 crédito e o RTP precisa superar 100%. Com o RTP de 92,4% alcançado após aumento de 10% nos prêmios a esperança se mantém negativa.

3 Experimentos

3.1 Experimento 1 – As frequências acompanham as probabilidades?

3.1.1 Procedimento

Foram executadas 10.000 rodadas, com aposta de 1 crédito por rodada, sem saldo limitado nem regra de parada. A função `simular_rodadas` iniciou uma única vez o gerador `random.Random` com semente 2026, `fazer_rodada` sorteou três paradas uniformes de 0 a 4, e `montar_rodada` avaliou a linha central e calculou $X = P - 1$. A mesma sequência é reutilizada em E2, E4 e E5.

O ambiente registrado em `ambiente.csv` foi Python 3.12.3, gerador `random.Random` (Mersenne Twister), Matplotlib 3.11.2 e Linux; a identificação completa do sistema consta no mesmo CSV. Esse registro se aplica aos cinco experimentos; as sementes de E2 e E3 são indicadas nas respectivas subseções.

O trecho a seguir pertence à função `fazer_rodada`, em `src/calculos.py`. Mostra apenas a etapa indicada, e não um programa completo.

```
paradas = []
for _ in range(3):
    paradas.append(gerador.randrange(len(SIMBOLOS)))
return montar_rodada(paradas, tabela_premios)
```

As funções `contar_frequencias` e `calcular_resumo` agruparam os seis resultados e calcularam média, RTP, proporção premiada e desvio-padrão amostral. Este último utiliza `statistics.stdev`, com divisor $N - 1$. Como a aposta vale 1 crédito, o RTP observado é numericamente igual ao prêmio médio dividido por 1 crédito.

3.1.2 Resultados

Tabela 2 – Distribuição teórica e observada em 10.000 rodadas (E1).

Resultado	X (créditos)	Prob. teórica (%)	Contagem	Frequência (%)
A–A–A	4	0,8	77	0,77
B–B–B	9	0,8	88	0,88
C–C–C	14	0,8	78	0,78
D–D–D	24	0,8	88	0,88
E–E–E	49	0,8	81	0,81
Sem prêmio	−1	96,0	9.588	95,88
Total	—	100,0	10.000	100,00

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento1_frequencias.csv`.

Tabela 3 – Resumo das rodadas e referências do modelo (E1).

Medida	Teórica	Observada
Lucro médio (créditos/rodada)	$-0,16$	$-0,1315$
RTP (%)	84,00	86,85
Rodadas premiadas (%)	4,00	4,12
Desvio-padrão do lucro (créditos)	5,20523	5,27503

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento1_resumo.csv` e distribuição teórica do modelo.

As contagens somam 10.000, com 412 rodadas premiadas e 9.588 sem prêmio. O desvio-padrão teórico é populacional; o observado é uma estimativa amostral. A Figura 1 compara as seis categorias.

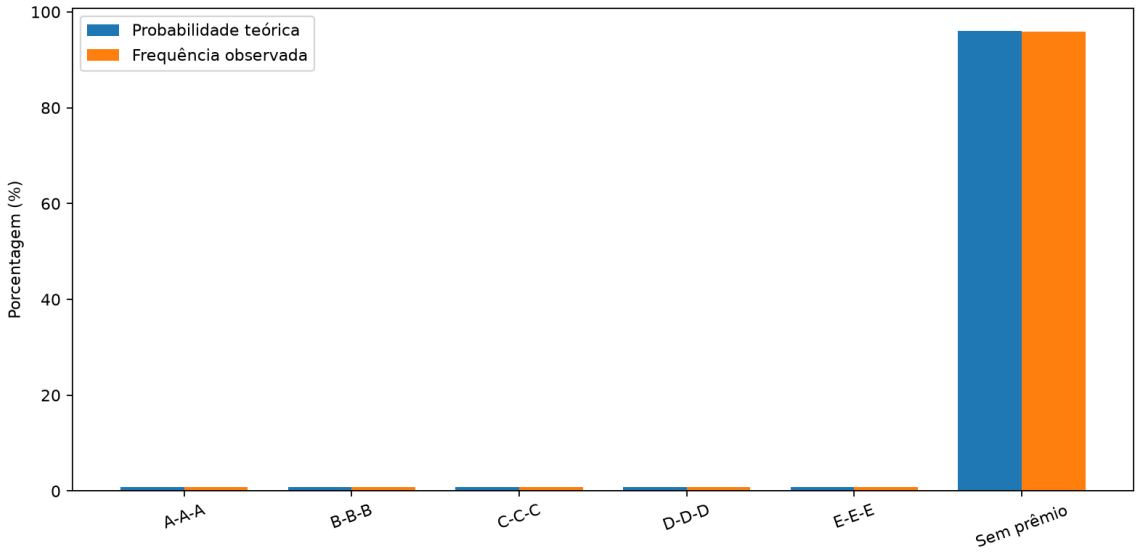


Figura 1 – Probabilidades teóricas e frequências relativas da sequência de semente 2026 (E1).

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento1_frequencias.csv`.

3.1.3 Interpretação

As frequências observadas acompanharam as probabilidades teóricas, mas sem coincidir exatamente. Cada tripla premiada tinha probabilidade 0,008, o que daria 80 ocorrências em 10.000 rodadas. Foram observadas 77, 88, 78, 88 e 81, e o evento "sem prêmio" apareceu 9.588 vezes, contra os 9.600 esperados.

E por que não bate exato? Porque a probabilidade descreve a tendência de longo prazo, não impõe uma contagem a nenhuma sequência finita. Cada rodada é um sorteio independente, então essas 10.000 rodadas são apenas uma amostra entre muitas possíveis.

Aqui vale retomar a distinção do modelo: a proporção de rodadas premiadas foi de 4,12%, próxima dos 4% teóricos, e conta rodadas. Já o RTP observado foi de 86,85%, e soma créditos. São medidas diferentes, e por isso a proporção de prêmios não é o RTP.

O lucro médio observado foi de $-0{,}1315$ crédito, contra os $-0{,}16$ teóricos. A diferença depende tanto das 412 rodadas premiadas, contra 400 esperadas, quanto da composição dos prêmios recebidos. O retorno observado foi maior, mas o lucro médio permaneceu negativo. O desvio-padrão amostral foi de 5,275, próximo dos 5,21 teóricos, mostrando dispersão muito maior que a magnitude da média.

3.2 Experimento 2 – O que muda quando aumentamos a amostra?

3.2.1 Procedimento

Foram comparadas três sequências de 10.000 rodadas, com sementes 10, 2026 e 123456. A sequência de 2026 é a de E1; as outras foram produzidas por chamadas separadas a

`simular_rodadas`. A função <calcular_medias_acumuladas>, em `src/calculos.py`, calculou $\overline{X}_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$ após cada rodada. Foram registrados os pontos $n = 100$, 1.000 e 10.000 e as trajetórias completas.

Em `src/calculos.py`, o trecho a seguir pertence à função <calcular_medias_acum uladas>.

```
for numero, rodada in enumerate(rodadas, start=1):
    soma_lucros += rodada["lucro"]
    linhas.append({
        "rodada": numero,
        "lucro_medio_acumulado": soma_lucros / numero,
    })
```

3.2.2 Resultados e reprodução

Tabela 4 – Lucro médio acumulado por semente (créditos por rodada), E2.

Semente	100 rodadas	1.000 rodadas	10.000 rodadas
10	$-0,7000$	$-0,0550$	$-0,0960$
2026	$0,2000$	$-0,2200$	$-0,1315$
123456	$0,2000$	$-0,0700$	$-0,2215$

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento2_medias.csv`.

Tabela 5 – Conferência das dez primeiras linhas centrais com semente 2026 (E2).

Rodada	Original	Repetição	Coincide
1	B-D-A	B-D-A	Sim
2	A-B-C	A-B-C	Sim
3	A-A-A	A-A-A	Sim
4	E-A-A	E-A-A	Sim
5	E-A-E	E-A-E	Sim
6	C-B-A	C-B-A	Sim
7	B-B-D	B-B-D	Sim
8	B-E-B	B-E-B	Sim
9	E-D-C	E-D-C	Sim
10	E-D-D	E-D-D	Sim

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento2_reproducao.csv`.

As dez comparações coincidiram. A Figura 2 apresenta as médias acumuladas, com referência horizontal no lucro esperado de $-0{,}16$ crédito por rodada.

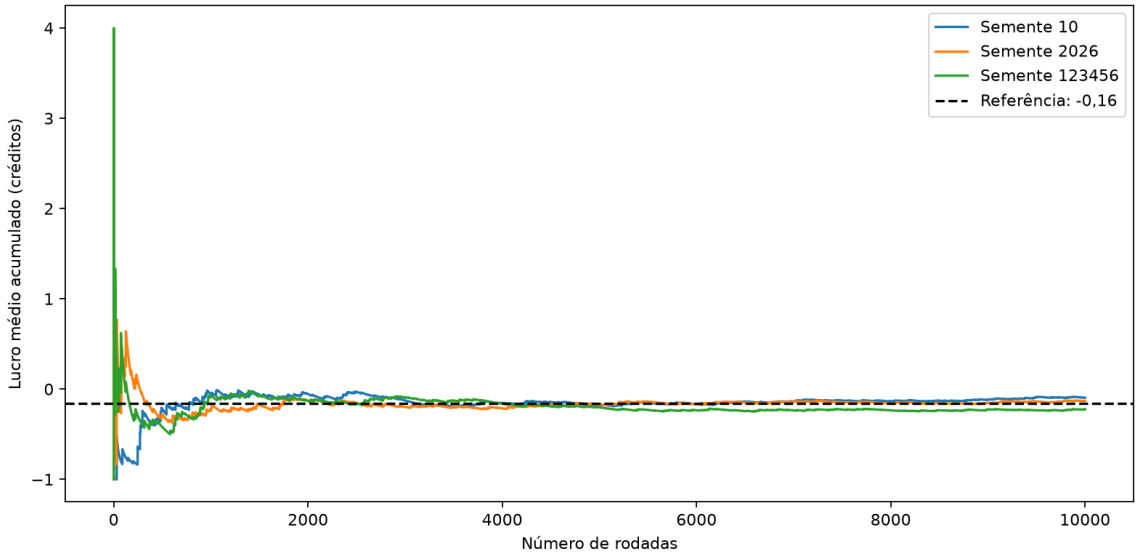


Figura 2 – Trajetórias da média acumulada nas três sementes e referência teórica (E2).

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento2_trajetorias.csv`.

3.2.3 Interpretação

A Lei dos Grandes Números diz que a média de muitas rodadas tende ao valor esperado de −0,16. Com 100 rodadas, as médias foram −0,7, 0,2 e 0,2, ou seja, duas das três execuções ainda apareciam positivas. Com 10.000 rodadas, foram −0,096, −0,1315 e −0,2215, todas negativas. A distância entre a maior e a menor média caiu de 0,9 para cerca de 0,13 crédito. Essa aproximação ilustra o comportamento esperado, mas três trajetórias finitas não demonstram a lei.

Mas atenção: essa aproximação não precisa ser regular. Nos pontos de 1.000 e 10.000 rodadas, as três médias ficaram mais próximas de −0,16. Entretanto, na trajetória da semente 2026, a média passou de aproximadamente −0,157624 na rodada 1.751 para −0,129566 na 1.752, aumentando a distância à esperança. A lei vale no limite, não exige melhora a cada rodada e não promete erro máximo em 10.000 rodadas.

Pela independência dos sorteios, uma sequência inicial favorável não altera a distribuição das rodadas seguintes. As médias positivas das primeiras 100 rodadas não se mantiveram, mas não foi porque a máquina compensou nada: cada rodada manteve a mesma distribuição o tempo todo. O que mudou foi o peso das primeiras rodadas na média, que diminui conforme o denominador cresce.

A reprodução foi confirmada. Repetindo a semente 2026 no mesmo ambiente, os dez primeiros resultados saíram idênticos. Isso vale para este gerador e esta versão de Python, registrados junto aos resultados.

3.3 Experimento 3 – O que acontece com um saldo limitado?

3.3.1 Procedimento

Foram simulados 100 participantes virtuais com saldo inicial de 100 créditos e aposta de 1 crédito. Cada sessão terminou ao completar 500 rodadas ou quando o saldo ficou abaixo de 1 crédito, sem reposição ou empréstimo. A função `simular_sessoes` iniciou uma única vez o gerador com semente 42 e continuou a sequência entre participantes, sem reiniciá-la a cada sessão.

O trecho a seguir pertence à função `simular_sessoes`, em `src/calculos.py`.

```
while numero_rodadas < max_rodadas and saldo >= APOSTA:
    rodada = fazer_rodada(gerador)
    saldo += rodada["lucro"]
    numero_rodadas += 1
    saldos.append(saldo)
```

Foram registrados saldo final, duração, esgotamento e resultado relativo aos 100 créditos iniciais. A função `resumir_sessoes` calculou as proporções e os resumos dos saldos. O gráfico utiliza os cinco primeiros participantes, definidos pela ordem de execução; após a parada, o saldo permanece constante até a rodada 500 apenas para completar a representação.

3.3.2 Resultados

Tabela 6 – Resultados das 100 sessões virtuais (E3).

Categoria	Participantes	Proporção (%)
Ganho ($B_f > 100$)	23	23,00
Empate ($B_f = 100$)	2	2,00
Perda ($B_f < 100$)	75	75,00
Total	100	100,00
Esgotamento (subconjunto das perdas)	67	67,00

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento3_resumo.csv`.

Tabela 7 – Saldo final e duração das sessões (E3).

Medida	Valor
Saldo final médio (créditos)	52,10
Saldo final mediano (créditos)	0,00
Saldo final mínimo (créditos)	0,00
Saldo final máximo (créditos)	390,00
Duração média (rodadas/participante)	339,90
Total de rodadas nas 100 sessões	33.990
Esgotamentos entre as 75 perdas (%)	89,33

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento3_resumo.csv` e cálculos sobre `experimento3_sessoes.csv`.

Ganho, empate e perda somam 100 participantes e 100%. O esgotamento não é uma quarta categoria: corresponde a 67 dos 100 participantes e a 67/75 dos que perderam. A Figura 3 mostra trajetórias sem seleção posterior pelo saldo final.

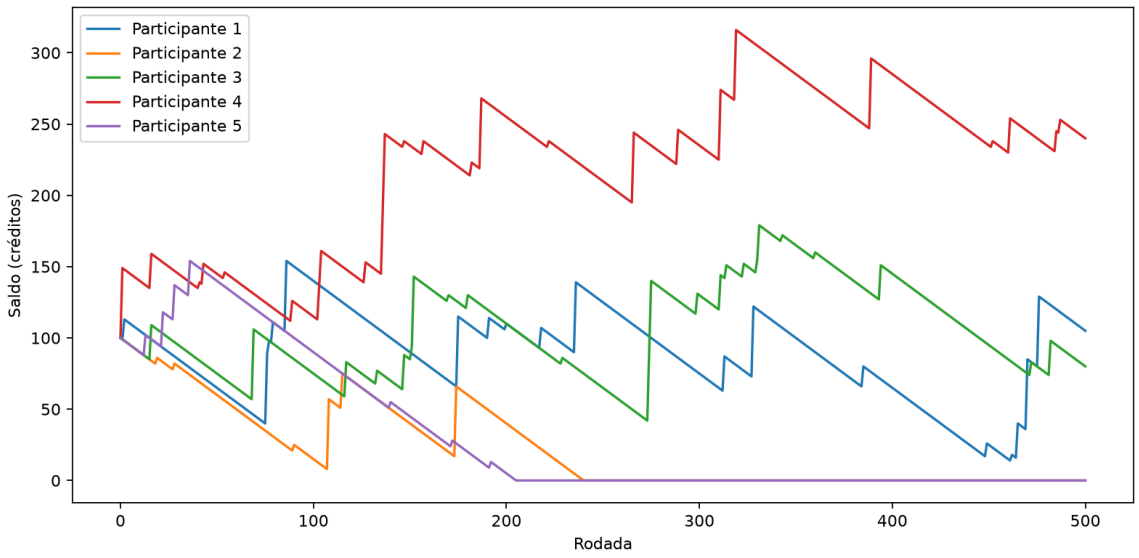


Figura 3 – Saldo dos cinco primeiros participantes ao longo das sessões (E3).

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento3_trajetorias.csv`.

3.3.3 Interpretação

Entre os 100 participantes, 23 terminaram acima dos 100 créditos iniciais, 2 empataram e 75 perderam. Desses 75, 67 esgotaram o saldo até o encerramento, o que dá 89,3% das perdas: 66 antes da rodada 500 e um exatamente nela.

Como alguém ganha num jogo desfavorável? Pela dispersão. O desvio-padrão por rodada é de 5,21 créditos, muito maior que a perda média de 0,16, o que permite resultados muito distintos entre sessões. O maior saldo final foi de 390 créditos. Ganhar é possível; o modelo determina a esperança, não o resultado realizado de cada participante ou a média exata de uma amostra.

A comparação entre média e mediana é o ponto central aqui. O saldo final médio foi de 52,1 créditos, mas a mediana foi 0. Como os saldos não são negativos, isso indica que pelo menos metade terminou sem nada; nesta execução, foram 67 participantes. A média é puxada para cima pelos poucos ganhos altos, enquanto a mediana descreve o participante típico. É exatamente isso que um relato isolado de sucesso esconde: quantas pessoas perderam e por quanto tempo jogaram.

Também não dá para estimar o saldo médio por $100 - 0{,}16 \times 500$. Essa conta supõe que todos completariam as 500 rodadas, e a média foi de 339,9 rodadas por participante. Por fim, a taxa de esgotamento de 67% descreve este modelo, com saldo de 100, aposta

de 1 e horizonte de 500 rodadas. Os participantes são entradas de uma simulação, sem renda nem despesas, então esse número não estima a situação de famílias reais.

3.4 Experimento 4 – Depois de perder, aumenta a chance de ganhar?

3.4.1 Procedimento

A função `analisar_pares` examinou os 9.999 pares consecutivos $(i, i+1)$ das 10.000 rodadas de E1, sem realizar novo sorteio. Os pares foram agrupados conforme a rodada i pagou ou não prêmio. Em cada grupo, o número de prêmios em $i+1$ foi dividido pelo total de pares daquele grupo.

O trecho a seguir pertence à função `analisar_pares`, em `src/calculos.py`. Mostra apenas a etapa indicada, e não um programa completo.

```
grupo["total_pares"] += 1
if rodadas[indice + 1]["premiada"]:
    grupo["premios_na_proxima"] += 1
```

O denominador é específico de cada condição, e não o total de 10.000 rodadas. Se um grupo estivesse vazio, a função registraria `None` (proporção não estimável), evitando divisão por zero. A referência teórica para ambos os grupos é 4%.

3.4.2 Resultados

Tabela 8 – Prêmio na rodada seguinte segundo o resultado anterior (E4).

Resultado anterior	Total de pares	Prêmios seguintes	Proporção (%)
Com prêmio	412	17	4,1262
Sem prêmio	9.587	395	4,1202
Total	9.999	412	4,1204

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento4_pares.csv`; total calculado pela soma dos grupos.

Assim, as estimativas condicionais são 17/412 e 395/9.587. O total de 412 prêmios seguintes se refere às rodadas 2 a 10.000; a proporção total usa 9.999 pares. Ambos os grupos têm denominador positivo, e a soma dos denominadores confere o número esperado de pares.

3.4.3 Interpretação

Os 9.999 pares foram separados conforme a primeira rodada do par tenha pago ou não. Entre os 412 pares que vieram após um prêmio, 17 tiveram prêmio em seguida, o que dá 4,126%. Entre os 9.587 que vieram após uma rodada sem prêmio, 395 tiveram prêmio em seguida, o que dá 4,120%.

As duas proporções são próximas entre si e da referência teórica de 4%. A diferença é menor que um centésimo de ponto percentual e é compatível com a independência prevista pelo mecanismo, segundo a qual:

$$P(G_{i+1} \mid G_i) = P(G_{i+1} \mid G_i^c) = P(G_{i+1}) = 4\%.$$

Ou seja, a máquina não passa a dever um prêmio depois de uma sequência de perdas. Cada rodada sorteia novas paradas, sem guardar registro das anteriores, então a distribuição do resultado seguinte é sempre a mesma.

Vale notar que os dois grupos têm tamanhos bem diferentes: 412 pares contra 9.587. Por isso o grupo "após prêmio" tende a apresentar maior variação amostral. Se as frequências tivessem divergido mais, isso sozinho não indicaria mudança nas regras, seria preciso verificar se a diferença cabe na variação esperada para um grupo desse tamanho.

Esse resultado contradiz a falácia do jogador, que é esperar compensação imediata entre resultados independentes. Na prática, continuar apostando para recuperar perdas não melhora a chance de ganhar, só aumenta o volume apostado e a perda esperada acumulada.

3.5 Experimento 5 – Prêmios maiores tornam o jogo favorável?

3.5.1 Procedimento

A função `comparar_pagamentos` aplicou a tabela base e a tabela com aumento de 10% às mesmas 10.000 combinações de E1. Foram mantidos os símbolos, as probabilidades e a aposta de 1 crédito. Não houve novo sorteio; valores fracionários foram permitidos.

O trecho a seguir pertence à função `comparar_pagamentos`, em `src/calculos.py`.

```
for rodada in rodadas:
    premio_base = PREMIOS.get(rodada["combinacao"], 0)
    premio_mais_10 = tabela_com_aumento.get(rodada["combinacao"], 0)
```

A tabela aumentada foi construída multiplicando cada pagamento base por 1,10. Para cada configuração, foram calculados frequência de prêmio, prêmio médio, lucro médio e RTP. A teoria utiliza $E[P] = \sum_s p_s P_s$, $E[X] = E[P] - 1$ e RTP $= E[P]/1$.

3.5.2 Resultados

Tabela 9 – Pagamentos brutos por combinação (créditos), E5.

Tabela	A–A–A	B–B–B	C–C–C	D–D–D	E–E–E
Base	5	10	15	25	50
Prêmios +10%	5,5	11	16,5	27,5	55

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento5_rodadas.csv` e tabelas definidas em `src/calculos.py`.

Tabela 10 – Comparação teórica e observada nas mesmas 10.000 rodadas (E5).

Medida	Base	Prêmios +10%
Probabilidade teórica de prêmio (%)	4,00	4,00
Frequência observada de prêmio (%)	4,12	4,12
Prêmio médio teórico (créditos/rodada)	0,84000	0,92400
Prêmio médio observado (créditos/rodada)	0,86850	0,95535
Lucro médio teórico (créditos/rodada)	$-0,16000$	$-0,07600$
Lucro médio observado (créditos/rodada)	$-0,13150$	$-0,04465$
RTP teórico (%)	84,000	92,400
RTP observado (%)	86,850	95,535

Fonte: elaboração própria a partir de `experimento5_comparacao.csv`; prêmio médio teórico calculado pela distribuição do modelo.

As demais combinações pagam zero em ambas as tabelas. O cálculo teórico é $1{,}10 \times 0{,}84 = 0{,}924$, com lucro esperado $0{,}924 - 1 = -0{,}076$ crédito por rodada. Na amostra, o cálculo correspondente é $1{,}10 \times 0{,}8685 = 0{,}95535$. O aumento altera os valores pagos, mantendo as mesmas 412 rodadas premiadas.

3.5.3 Interpretação

As duas tabelas foram aplicadas aos mesmos 10.000 resultados, sem novo sorteio. Por isso a proporção de rodadas premiadas ficou idêntica nas duas configurações: 4,12% observados contra 4% teóricos. Aumentar os prêmios não muda a chance de ganhar, afinal não altera nem os símbolos nem as probabilidades das paradas.

O que muda é o valor devolvido. O prêmio médio observado passou de 0,8685 para 0,95535 crédito, e o lucro médio de $-0{,}1315$ para $-0{,}04465$. O RTP observado subiu de 86,85% para 95,535%. Como aplicamos pagamentos 10% maiores à mesma sequência, o RTP observado também foi multiplicado por 1,10. Essa relação é exata; o nível observado de 95,535% continua diferente do RTP teórico de 92,4% pela variação da amostra.

Mas o lucro esperado continua negativo. O jogo melhorou para o jogador, e não se tornou favorável. Para alcançar o equilíbrio, o prêmio médio teria que ser de 1 crédito, com RTP de 100%, o que exige aumento de aproximadamente 19,05% sobre a tabela original. Para lucro esperado positivo, seria necessário ultrapassar esse ponto.

Esse experimento separa três afirmações que costumam ser confundidas: pagar mais é sobre o valor de cada prêmio, pagar com mais frequência é sobre a probabilidade, e dar lucro positivo depende das duas coisas junto com o valor da aposta. Aqui a primeira mudou, a segunda ficou igual e a terceira não foi alcançada.

4 Discussão crítica e conclusão

4.1 Mecanismo do jogo e percepção dos resultados

Os experimentos matemáticos apresentados neste trabalho evidenciam como a definição e a implementação matemática por trás de um jogo de apostas conseguem estabelecer os fatores de lucro e perda. Assim, o modelo analisado possui um RTP teórico de 84%, ou seja, devolveria, em média, 84% do valor total apostado, correspondendo a uma perda esperada de 16% para o jogador. Mas isso é uma média. Não significa que cada usuário perderá exatamente 16% em cada jogada. Considerando uma aposta de 1 crédito, temos:

$$E[X] = E[P] - 1 = 0{,}84 - 1 = -0{,}16.$$

Portanto, a vantagem esperada da plataforma corresponde a 0,16 crédito por rodada, antes de considerar seus custos de operação.

A Lei dos Grandes Números estabelece que, nas condições do modelo, a média dos resultados se aproxima do valor esperado conforme aumenta o número de rodadas. Quer dizer que definir o RTP em 84% não garante que todos os usuários perderão dinheiro. Um jogador pode, sim, ganhar muito, enquanto outro pode perder todo o saldo disponível. Entretanto, a vantagem média da plataforma já está definida nas probabilidades e na tabela de pagamentos, sem que seja necessário manipular cada sorteio. Também não existe uma quantidade de rodadas a partir da qual o resultado obrigatoriamente será igual ao teórico, nem uma aproximação que precise ocorrer sem oscilações.

Dessa maneira, o primeiro experimento permite observar a diferença entre uma previsão teórica e uma sequência finita de resultados. Nas 10.000 rodadas, o RTP observado foi de 86,85%, com resultado líquido médio do jogador de aproximadamente $-0{,}1315$ crédito por rodada. Isso não modifica o RTP teórico de 84%. A amostra apresentou um retorno maior que o esperado, mas ainda houve perda média para o jogador.

Já no terceiro experimento, entre 100 participantes virtuais, 75 terminaram com menos dinheiro do que começaram e 67 desses zeraram o saldo. Outros 23 terminaram com ganho e 2 com empate. Cada participante começou com 100 créditos e continuou até completar 500 rodadas ou até não possuir saldo suficiente para outra aposta.

Esses resultados mostram por que a média, sozinha, não descreve a experiência de cada jogador. Os participantes estavam submetidos às mesmas regras, mas terminaram em situações diferentes. A dispersão dos resultados permite que ganhos individuais coexistam com uma expectativa desfavorável. Portanto, mostrar um vencedor não demonstra que o jogo seja vantajoso: esse relato não informa quantos perderam, quanto foi apostado ou por quanto tempo as pessoas continuaram jogando.

Além disso, como as rodadas do modelo são independentes, perder anteriormente não aumenta a chance de receber um prêmio na próxima tentativa. A máquina não passa

a dever uma compensação ao jogador. Continuar apostando para recuperar uma perda significa assumir uma nova exposição ao mesmo jogo de esperança negativa.

4.2 Renda e saúde

Temos, portanto, um modelo que já possui uma perda esperada definida para o jogador. Entretanto, os participantes virtuais não possuem salário, despesas domésticas ou comportamento psicológico. Para compreender as consequências das apostas na vida das pessoas, precisamos relacionar os resultados matemáticos às pesquisas realizadas com a população.

Nesse sentido, Baker et al. (2024), ao estudar a expansão das apostas esportivas on-line legalizadas nos Estados Unidos, identificaram redução da poupança e dos investimentos, além de dificuldades na administração das dívidas, especialmente entre famílias com restrições financeiras. Isso indica que o dinheiro destinado às apostas pode comprometer a organização financeira familiar. Entretanto, o estudo trata de outro país e de uma modalidade específica de aposta. Seus resultados ajudam a discutir o problema, mas não podem ser transportados automaticamente para a população brasileira ou para nossa máquina de rolos.

No Brasil, o LENAD III estimou que 17,6% da população com 14 anos ou mais havia apostado nos 12 meses anteriores à entrevista. Entre apostadores com renda pessoal de até um salário mínimo, a Tabela 11 apresenta 52,8% com jogo de risco ou problemático; entre adolescentes apostadores, a proporção foi de 55,2%. Já a estimativa de provável transtorno do jogo foi de 0,8% da população com 14 anos ou mais. São medidas e populações diferentes, que não devem ser confundidas (UNIFESP, 2025, p. 32, 40, 43 e 46).

Assim, a preocupação envolve tanto a renda quanto a saúde. Se o dinheiro perdido faria falta para alimentação, transporte ou moradia, o prejuízo ultrapassa aquilo que poderia ser tratado apenas como entretenimento. A mesma perda em dinheiro também pode representar consequências diferentes conforme os recursos disponíveis de cada família.

Entretanto, uma rodada perdida ou o esgotamento de um saldo virtual não permitem diagnosticar dependência. Nossa simulação demonstra resultados financeiros sob regras específicas. As evidências sobre as consequências humanas vêm das pesquisas citadas, respeitando o alcance de cada uma.

4.2.1 Aprofundamento: auditoria de uma afirmação pública

A afirmação auditada é a estimativa de 55,2% entre adolescentes apostadores, publicada no LENAD III. O levantamento utiliza amostragem domiciliar probabilística, estratificada e por conglomerados, com ponderação das estimativas. O caderno apresenta resultados de 2023 e investiga apostas nos 12 meses anteriores à entrevista (UNIFESP, 2025, p. 19, 27 e 35).

O denominador corresponde aos adolescentes de 14 a 17 anos que apostaram naquele período. A classificação reúne pontuações de baixo risco, risco moderado e jogo problemático na PGSI; portanto, não significa que 55,2% de todos os adolescentes tenham dependência. Na Tabela 9, o intervalo de confiança de 95% vai de 39,0% a 70,4%, evidenciando incerteza considerável. A síntese da página 52 apresenta outro intervalo para a mesma porcentagem, divergência interna que registramos sem tentar corrigi-la por conta própria (UNIFESP, 2025, p. 26, 43 e 52).

4.3 Políticas públicas e interesses em disputa

Diante dessas consequências, a discussão também envolve as medidas que o Estado deve tomar. Um argumento favorável às restrições é que a proteção da saúde e dos recursos essenciais das famílias não pode depender somente da decisão individual de continuar apostando. Isso porque as consequências podem alcançar o orçamento doméstico e outras pessoas que não participaram daquela decisão.

Como manifestação dessa preocupação, em setembro de 2026 a União entrou na Justiça contra 17 plataformas, pedindo ressarcimento de gastos relacionados ao SUS e reparação mínima de R$ 1 bilhão por danos morais coletivos. Entretanto, esse valor corresponde a um pedido judicial, não a uma condenação definitiva nem a um prejuízo calculado pelos experimentos deste trabalho (AGÊNCIA BRASIL, 2026b).

Por outro lado, associações do setor questionaram a medida provisória que proibiu as apostas, alegando falta de urgência e prejuízos aos investimentos realizados sob o marco regulatório anterior. O argumento é que uma mudança abrupta nas condições de funcionamento da atividade compromete a previsibilidade das decisões tomadas pelas empresas (AGÊNCIA BRASIL, 2026a).

Esse argumento precisa ser examinado, mas também situado: trata-se da posição de entidades que representam empresas interessadas na continuidade da atividade. Os prejuízos alegados pelas empresas não refutam, por si, as pesquisas sobre dificuldades financeiras dos apostadores. Da mesma maneira, reconhecer os danos das apostas não demonstra automaticamente que qualquer medida de proibição será eficaz.

Nesse ponto, o TCU identificou dificuldades de coordenação e fiscalização de operadores ilegais. A notícia institucional de maio de 2026 apresentou uma estimativa de que esses operadores representavam entre 41% e 51% do volume total de apostas (TCU, 2026). Esse dado mostra que já havia um problema relevante de fiscalização. Entretanto, não permite concluir, sozinho, que a proibição necessariamente aumentará ou reduzirá o mercado ilegal.

A autonomia do adulto também merece consideração. Em nossa avaliação, porém, uma decisão consciente depende de informações compreensíveis sobre aquilo que está sendo oferecido. Se a publicidade apresenta a aposta como solução para dificuldades

financeiras, a possibilidade de escolher não garante que os riscos tenham sido devidamente compreendidos.

Dessa maneira, defendemos a restrição da publicidade enganosa, a proteção de menores e o fortalecimento da fiscalização. A escolha entre proibição e regulação exige avaliar tanto os danos documentados quanto a capacidade de colocar cada medida em prática. Os interesses econômicos das empresas fazem parte do debate, mas não anulam a responsabilidade de proteger a população.

4.4 Responsabilidade profissional e comunicação dos riscos

Além da atuação do Estado, existe a responsabilidade dos profissionais que desenvolvem e divulgam essas plataformas. Isso porque programadores, analistas de dados, designers e publicitários participam da construção de mecanismos que influenciam a forma como o usuário entende o jogo. Portanto, implementar corretamente o sorteio é apenas uma parte dessa responsabilidade. Também é necessário considerar como o resultado será apresentado.

Por exemplo, se uma pessoa aposta 1 crédito e recebe um pagamento de 5, seu lucro é de 4 créditos. Apresentar os 5 créditos como lucro faz parecer que ela ganhou mais do que realmente ganhou. Da mesma maneira, informar um RTP de 84% sem explicar seu significado pode levar o usuário a acreditar que receberá essa proporção de volta em qualquer sessão.

Assim, a interface deve distinguir o valor apostado, o prêmio recebido, o resultado líquido e o saldo disponível. Um aviso compreensível poderia explicar que, para cada 100 créditos apostados, o modelo prevê uma perda média de 16 créditos em muitas rodadas, sem garantir esse resultado para cada pessoa. A possibilidade de perder todo o saldo também precisa aparecer de maneira clara.

Destacar somente os vencedores ou incentivar novas apostas para recuperar perdas prejudica essa compreensão. No segundo caso, a comunicação ainda pode reforçar a ideia equivocada de que a próxima rodada compensará as anteriores. O profissional precisa compreender a matemática que implementa e considerar as consequências da forma como a apresenta.

Entretanto, orientar não significa culpabilizar quem foi afetado. Entender as probabilidades ajuda a reconhecer os riscos, mas não resolve, sozinho, dificuldades financeiras ou problemas de saúde. A conclusão educativa precisa mostrar os limites do jogo e da própria simulação, sem prometer ganhos e sem tratar as perdas como uma simples falta de inteligência do apostador.

4.5 Conclusão

Conclui-se, portanto, que a existência de ganhos individuais não contradiz a perda esperada de um jogo de apostas. No modelo estudado, o RTP de 84% corresponde a uma perda esperada de 0,16 crédito por aposta de 1 crédito. Ainda assim, a variação dos resultados permite que alguns participantes terminem com ganhos, enquanto outros perdem parte ou todo o saldo.

O primeiro experimento apresentou um retorno observado diferente do teórico, e o terceiro mostrou como participantes submetidos às mesmas regras podem terminar em situações distintas. Portanto, observar um vencedor não é suficiente para avaliar o jogo. É necessário considerar as probabilidades, os pagamentos e o conjunto dos resultados.

Entretanto, nossa máquina é um modelo didático, com regras próprias. Seus resultados não representam diretamente todas as casas de apostas e não permitem estimar quantas famílias terão dificuldades financeiras ou quantas pessoas desenvolverão transtorno do jogo. Essas questões exigem pesquisas com pessoas reais, cujas definições, populações e limitações também precisam ser examinadas.

Dessa maneira, os cálculos explicam a perda esperada, os experimentos mostram a variação dos resultados e as fontes permitem discutir suas possíveis relações com a sociedade. A partir desse conjunto, compreendemos por que a aposta não deve ser apresentada como renda garantida. Comunicar os riscos, proteger pessoas vulneráveis e fiscalizar a atividade são responsabilidades que envolvem o Estado, as empresas e os profissionais que participam de seu desenvolvimento.

5 Referências e transparência

5.1 Fontes institucionais sobre o Brasil

TRIBUNAL DE CONTAS DA UNIÃO (TCU). **Tribunal analisa enfrentamento a casas de apostas ilegais**. Brasília, DF, 19 maio 2026. Disponível em: Portal do Tribunal de Contas da União (<https://portal.tcu.gov.br/imprensa/noticias/tribunal-analisa-enfrentamento-a-casas-de-apostas-ilegais>). Acesso em: 25 out. 2026.

5.2 Fontes de saúde e pesquisa

BAKER, Scott R.; BALTHROP, Justin; JOHNSON, Mark J.; KOTTER, Jason D.; PISCIOTTA, Kevin. **Gambling away stability: sports betting's impact on vulnerable households**. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research, 2024. (NBER Working Paper, n. 33108). DOI: 10.3386/w33108 (<https://doi.org/10.3386/w33108>). Disponível em: National Bureau of Economic Research (<https://www.nber.org/papers/w33108>). Acesso em: 25 out. 2026.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO (UNIFESP). **Jogos de aposta na população brasileira: resultados 2023**. São Paulo: UNIFESP, 2025. (Caderno Temático LENAD III). Disponível em: Caderno Temático LENAD III (<https://lenad.uniad.org.br/cadernos-lenad/Caderno-Jogos-de-Aposta-LENAD-III.pdf>). Acesso em: 25 out. 2026.

5.3 Fontes sobre posições no debate

AGÊNCIA BRASIL. **Associações de jogos acionam STF contra MP que proibiu apostas online**. 28 set. 2026a. Disponível em: Agência Brasil (<https://agenciabrasil.ebc.com.br/justica/noticia/2026-09/associacoes-de-jogos-acionam-stf-contra-mp-que-proibiu-apostas-online>). Acesso em: 25 out. 2026.

AGÊNCIA BRASIL. **Governo cobra na Justiça gastos do SUS com tratamento de apostadores**. 28 set. 2026b. Disponível em: Agência Brasil (<https://agenciabrasil.ebc.com.br/justica/noticia/2026-09/governo-cobra-na-justica-gastos-do-sus-com-tratamento-de-apostadores>). Acesso em: 25 out. 2026.

5.4 Declaração de uso ou não uso de inteligência artificial

Na elaboração deste trabalho, utilizou-se a ferramenta ChatGPT, da OpenAI, para apoiar a organização do texto autoral nas subseções, revisar a redação e auxiliar na conferência de fontes e de resultados registrados nos arquivos dos experimentos. No código, foi usado também como revisor e como ferramenta principal de desenvolvimento para a interface gráfica. Esse apoio não substitui a leitura das fontes nem a compreensão do conteúdo pelos integrantes.

6 Apêndice - Pontos extras

Além dos aprofundamentos apresentados a seguir, o site **Máquina BetFlasco** (<https://maquina-estatistica-enzo.umpato22.chatgpt.site/>) disponibiliza outros extras após cadastro e login. Em *Análises*, estão a comparação de saldos com o mesmo RTP, o intervalo de confiança obtido em 40 execuções de 10.000 rodadas, duas regras de limite de exposição e verificações automatizadas. O guia *Aprender* explica os conceitos para público não especializado, com resultados próprios e fontes. Os parâmetros, os métodos e os resultados são apresentados nessas telas; os testes do pacote Python podem ser executados conforme o README do repositório.

6.1 Mesma média, riscos diferentes

Até aqui mostramos que o RTP da máquina é de 84% e que o lucro esperado é de −0,16 crédito. Mas será que duas máquinas com o mesmo RTP oferecem a mesma experiência para o jogador? A resposta é não, e é isso que este extra demonstra.

O RTP depende apenas da soma dos prêmios, já que todas as triplas premiadas têm a mesma probabilidade de 1/125. Ou seja, qualquer tabela cuja soma seja 105 vai produzir exatamente o mesmo $E[P] = 105/125 = 0{,}84$. O que muda é como esses 105 créditos são distribuídos entre as cinco triplas.

Para testar isso, montamos mais duas tabelas, ambas somando 105:

Tabela	**A–A–A**	**B–B–B**	**C–C–C**	**D–D–D**	**E–E–E**	**Soma**
Base	5	10	15	25	50	105
Uniforme	21	21	21	21	21	105
Concentrada	1	1	1	1	101	105

Primeiro conferimos que as esperanças são iguais. Na tabela uniforme, o lucro de cada tripla premiada é 20, e nas 120 triplas restantes continua sendo −1:

$$E[X] = \frac{5 \times 20 + 120 \times (-1)}{125} = \frac{100 - 120}{125} = -\frac{20}{125} = -0{,}16$$

Na tabela concentrada, os lucros são 0, 0, 0, 0 e 100:

$$E[X] = \frac{100 + 120 \times (-1)}{125} = -\frac{20}{125} = -0{,}16$$

Ou seja, as três tabelas têm RTP de 84% e lucro esperado de −0,16 crédito. Agora calculamos o desvio-padrão de cada uma, usando a mesma fórmula $\mathrm{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2$ da fundamentação.

Para a tabela uniforme:

$$E[X^2] = \frac{5 \times 20^2 + 120 \times (-1)^2}{125} = \frac{2.000 + 120}{125} = 16{,}96$$

$$\mathrm{Var}(X) = 16{,}96 - 0{,}0256 = 16{,}9344 \qquad \sigma = \sqrt{16{,}9344} \approx 4{,}12$$

Para a tabela concentrada:

$$E[X^2] = \frac{100^2 + 120 \times (-1)^2}{125} = \frac{10.000 + 120}{125} = 80{,}96$$

$$\mathrm{Var}(X) = 80{,}96 - 0{,}0256 = 80{,}9344 \qquad \sigma = \sqrt{80{,}9344} \approx 9{,}00$$

Juntando os três resultados:

Tabela	**RTP**	**E[X]**	**Desvio-padrão**
Uniforme	84%	−0,16	4,12
Base	84%	−0,16	5,21
Concentrada	84%	−0,16	9,00

E o que isso significa na prática? As três tabelas têm a mesma esperança por rodada, mas distribuem os lucros de formas diferentes. Na uniforme, toda tripla premiada paga 21 créditos, com menor dispersão que na base. Na concentrada, quatro triplas apenas devolvem a aposta, e a quinta paga 101 créditos. A chance de perda continua em 96% nas três tabelas; na concentrada, há ainda 3,2% de empate e apenas 0,8% de lucro positivo.

Para comparar também os saldos, o laboratório do site simula 100 participantes por configuração, com saldo inicial de 100 créditos, até 500 rodadas e semente 42 reiniciada em cada tabela. Na base, o saldo médio foi de 52,10 créditos e houve 67 esgotamentos; na uniforme, a média foi de 44,15 e houve 63 esgotamentos. A mediana foi zero nas duas. Como a duração depende do saldo, os participantes não recebem necessariamente a mesma sequência individual entre as configurações.

Esses resultados mostram que o RTP sozinho não descreve a distribuição dos lucros nem a experiência de uma sessão. As diferenças observadas são de execuções finitas e não alteram a esperança de $-0{,}16$ por rodada. Uma dispersão maior, sozinha, também não determina a proporção de esgotamentos para qualquer saldo ou horizonte.

6.2 Análise de sensibilidade

No Experimento 5 comparamos apenas duas tabelas: a base e a com prêmios 10% maiores. Aqui ampliamos a comparação para seis cenários, variando os pagamentos por um fator k e mantendo as probabilidades intactas.

Como todas as triplas premiadas têm probabilidade $1/125$, multiplicar todos os prêmios por k multiplica a soma por k, e portanto multiplica o prêmio esperado também:

$$E[P_k] = k \times 0{,}84 \qquad \text{e} \qquad \text{RTP}_k = 84k\%$$

Como o lucro continua sendo $X = P - 1$, temos:

$$E[X_k] = 0{,}84k - 1$$

Ou seja, tanto o RTP quanto a esperança são funções lineares de k. Aplicando em seis cenários:

Cenário	**Fator k**	**RTP**	**E[X]**
Prêmios 10% menores	0,90	75,6%	$-0{,}244$
Tabela base	1,00	84,0%	$-0{,}160$
Prêmios 10% maiores	1,10	92,4%	$-0{,}076$
Ponto de equilíbrio	25/21	100,0%	0,000
Prêmios 25% maiores	1,25	105,0%	$+0{,}050$
Prêmios 50% maiores	1,50	126,0%	$+0{,}260$

O cenário mais interessante é o do ponto de equilíbrio. Para o jogo deixar de ser desfavorável, precisamos de $E[X_k] = 0$, ou seja:

$$0{,}84k - 1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad k = \frac{1}{0{,}84} = \frac{25}{21} \approx 1{,}1905$$

Isso significa um aumento de aproximadamente 19,05% sobre a tabela original, e não de 10%. Com o fator exato, os pagamentos seriam 125/21, 250/21, 375/21, 625/21 e 1.250/21 créditos, garantindo esperança zero. Seus valores aproximados são 5,95; 11,90; 17,86; 29,76 e 59,52. Arredondar os pagamentos pode alterar ligeiramente o RTP.

Vale destacar duas coisas. A primeira é que a chance de prêmio não muda em nenhum dos seis cenários: continua sendo 4%, porque alterar valores não altera as probabilidades das paradas. A segunda é que a relação é linear, então cada ponto percentual acrescentado ao aumento dos prêmios eleva o lucro esperado em 0,0084 crédito e o RTP em 0,84 ponto percentual. Essa relação permite calcular o efeito de outros fatores aplicados à mesma tabela.

Por fim, os cenários acima de 100% mostram o lado do operador. Um RTP de 105% significa lucro esperado de 0,05 crédito por rodada para o jogador e resultado esperado negativo para o operador, antes de seus custos. No modelo, a vantagem da casa depende da combinação entre as probabilidades, o valor apostado e a tabela de pagamentos.